1. _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Gepäckwagen Speisewagen Gepäckwagen

Da die Gepäckwagen festgelegt sind, gibt es für beide zusammen genau eine Möglichkeit. Für den Speisewagen gibt es zwei. Dann bleiben noch neun Plätze für die restlichen Wagen übrig: *Mississippi-Problem mit 2 Gruppen (bzw. Lottoproblem):*

$$|\Omega| = 1\cdot 2\cdot\binom{9}{4}\cdot\binom{5}{5} = \underline{\underline{252}}$$

Gepäck

Speise

1. Klasse

2. Klasse

2. Zu beachten ist hier, dass alle Personen unterscheidbar sind.

   a) *Klassenfoto-Problem*: $|\Omega| = 20! = \underline{\underline{2{,}4329\cdot 10^{18}}}$

   b) Hier muss man zuerst die 10 Paare auf 10 (Pärchen-Sitzen) nach dem *Klassenfoto-Problem* verteilen, aber dann beachten, dass die Partner untereinander jeweils 2 Möglichkeiten haben, die Plätze auszusuchen (Mann rechts und Frau links oder umgekehrt), also bei 10 Paaren insgesamt 2^{10} Möglichkeiten.

   $|\Omega| = 10!\cdot 2^{10} = \underline{\underline{3\,715\,891\,200}}$

   c) Zuerst setzt man die Frauen nebeneinander. Um 10 Plätze nebeneinander mit Frauen zu besetzen, gibt es 11 Möglichkeiten:

F	F	F	F	F	F	F	F	F	F											(<u>1. Mögl.:</u> Plätze 1 bis 10)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F										(<u>2. Mögl.:</u> Plätze 2 bis 11)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

										F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	(<u>11. Mögl.:</u> Plätze 11 bis 20)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

   Jetzt können auf den 10 Frauen-Plätzen die 10 Frauen untereinander nach dem *Klassenfoto-Problem* tauschen (also 10! Mögl. Für die Frauen). Dasselbe gilt aber auch für die 10 Männer, die auch 10! Möglichkeiten haben, sich auf ihre 10 Plätze zu setzen.

   $|\Omega| = 11\cdot 10!\cdot 10! = \underline{\underline{1{,}4485\cdot 10^{14}}}$

3. a) *Lottoproblem* (aus 12 Bällen 4 herauszugreifen): $|\Omega| = \binom{12}{4} = \underline{\underline{495}}$

   b) Höchstens 1 unbrauchbarer bedeutet: Entweder keinen unbrauchbaren aus den 3 unbrauchbaren und 4 aus den 9 brauchbaren oder genau einen unbrauchbaren aus den 3 unbrauchbaren und 3 aus den 9 brauchbaren, was jeweils ein *Lottoproblem* darstellt (das „oder“ wird mit + übersetzt):

   $$|\Omega| = \binom{3}{0}\cdot\binom{9}{4} + \binom{3}{1}\cdot\binom{9}{3} = \underline{\underline{378}}$$

4. Der Prüfling wählt entweder aus den 4 Aufgaben des Fachgebiets A 2 aus und aus B und C je 1, oder aus A 1 Aufgabe, aus B 2 Aufgaben und aus C 1 Aufgabe, oder aus A 1 Aufgabe, aus B 1 Aufgabe und aus C 2 Aufgaben. (*Lottoproblem*, wobei die „und“ mit · und die „oder“ mit + übersetzt werden):

$$|\Omega| = \binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}\cdot\binom{3}{1}+\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{3}{1}+\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{1}\cdot\binom{3}{2} = \underline{\underline{360}}$$

Achtung: Er wählt *nicht* zuerst aus jedem Gebiet 1 Aufgabe und sucht sich dann aus den verbleibenden 10 Aufgaben eine aus. Denn dabei hätte er z.B. die Möglichkeit zuerst die Aufgaben A1, B2; C2 und dann A2 auszuwählen. Eine in diesem Modell unterschiedliche Auswahl hätte er mit zuerst A2, B2, C2 und dann A1. Diese beiden Möglichkeiten sind aber nach Aufgabenstellung identisch, da es ja nicht auf die Auswahlreihenfolge ankommt.

5. a) *Lotto-Problem* 4 Kugeln ziehen aus insgesamt 4k Kugeln:

$$|\Omega| = \binom{4k}{4} \text{ bzw.}$$

für k = 5: $|\Omega| = \binom{20}{4} = \underline{\underline{4845}}$

b) Hier muss er aus den k Kugeln mit der Aufschrift E genau 1 ziehen und aus den k mit Aufschrift U genau eine..., also *Lottoproblem*:

$$|\Omega| = \binom{k}{1}\cdot\binom{k}{1}\cdot\binom{k}{1}\cdot\binom{k}{1} = \underline{\underline{k^4}} \text{ bzw.}$$

für k = 5: $|\Omega| = 5^4 = \underline{\underline{625}}$

6. $|\Omega| = \binom{2}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{1}+\binom{2}{1}\cdot\binom{2}{2}\cdot\binom{4}{1}+\binom{2}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{2} = \underline{\underline{40}}$

Erklärung: Siehe Aufgabe 4.

7. a) In jeder Zimmerreihe hat der Verein 16 Möglichkeiten (Zimmer 1 bis 5, oder 2 bis 6,..., oder 16 bis 20 – vgl. auch Aufgabe 2.c)). Da es in jedem der 4 Stockwerke 2 Zimmerreihen gibt, sind es insgesamt 8 Reihen mit je 16 Möglichkeiten:

$|\Omega| = 8\cdot 16 = \underline{\underline{128}}$

b) *Lottoproblem* mit 4 Zimmern aus den 4·40 – 11 = 149 freien Zimmern

$$|\Omega| = \binom{149}{4} = \underline{\underline{19\,720\,001}}$$

c) Es können entweder im 4. Stockwerk 4 aus 29 freien gewählt werden, oder im 3. Stock 4 aus 40 oder im 2. Stock 4 aus 40 oder im 1. Stock 4 aus 40: *Lottoproblem* („oder“ mit + übersetzen)

$$|\Omega| = \binom{29}{4}+\binom{40}{4}+\binom{40}{4}+\binom{40}{4} = 23\,751 + 91\,389 + 91\,389 + 91\,389 = \underline{\underline{297917}}$$

8. (*Mississippi-Problem mit 2 Gruppen) Lottoproblem für die gelben:*

   Entweder in der 12er Reihe (①) sind 4 gelbe (dann sind noch 6 gelbe in der anderen) oder 4 gelbe in der 8er Reihe (dann sind noch 6 gelbe in der anderen) (②).

   Es müssen also entweder ① 4 gelbe in der 12er Reihe ihre Plätze suchen *und* 6 gelbe in der 8er Reihe. *oder* ② 4 gelbe in der 8er Reihe ihre Plätze suchen *und* 6 gelbe in der 12er Reihe.

   $$|\Omega| = \binom{12}{4}\cdot\binom{8}{6}+\binom{8}{4}\cdot\binom{12}{6} = \underline{\underline{78540}}$$

9. Primfaktorzerlegung von 2000: $2000 = 2^4 \cdot 5^3$

   a) Es gibt also 4 nicht unterscheidbare Zweier und 3 nicht unterscheidbare Fünfer. Damit: *Mississippi-Problem mit 2 Gruppen (bzw. Lottoproblem):*

   $$|\Omega| = \binom{7}{3}\cdot\binom{4}{4} = \underline{\underline{35}}$$

   b) Man muss einen der 5 Faktoren $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ mit einem der 4 Faktoren $1; 5^1; 5^2, 5^3$ multiplizieren. Also *Zahlenschloss-Problem:*

   $|\Omega| = 4\cdot 5 = \underline{\underline{20}}$

10. a) *Lottoproblem:* Aus den 5 Tenören wird einer ausgewählt, aus den 8 Baritonen 2 usw.:

   $$|\Omega| = \binom{5}{1}\cdot\binom{8}{2}\cdot\binom{7}{2} = \underline{\underline{2940}}$$

   b) Zuerst stellt man die Bässe nebeneinander. Um 2 Plätze nebeneinander mit Bässen zu besetzen, gibt es 4 Möglichkeiten:

   $\underset{1}{\underline{B}}\ \underset{2}{\underline{B}}\ \underset{3}{\underline{\quad}}\ \underset{4}{\underline{\quad}}\ \underset{5}{\underline{\quad}}$ (<u>1. Mögl.:</u> Plätze 1 und 2)

   $\underset{1}{\underline{\quad}}\ \underset{2}{\underline{B}}\ \underset{3}{\underline{B}}\ \underset{4}{\underline{\quad}}\ \underset{5}{\underline{\quad}}$ (<u>2. Mögl.:</u> Plätze 2 und 3)

   $\underset{1}{\underline{\quad}}\ \underset{2}{\underline{\quad}}\ \underset{3}{\underline{\quad}}\ \underset{4}{\underline{B}}\ \underset{5}{\underline{B}}$ (<u>4. Mögl.:</u> Plätze 4 und 5)

   Jetzt können auf den 2 Bässe-Plätzen die 2 Bässe untereinander nach dem *Klassenfoto-Problem* tauschen (also 2! = 2 Mögl. für die Bässe). Dasselbe gilt aber auch für die 3 anderen, die 3! Möglichkeiten haben, sich auf ihre 3 Plätze zu setzen.

   $|\Omega| = 4\cdot 2\cdot 3! = \underline{\underline{48}}$

   <u>Anmerkung:</u> Hier sind die Sänger unterscheidbar. Wären sie es nicht, müsste die Aufgabenstellung lauten „..., wenn nur nach Bass, Tenor und Bariton unterschieden wird“. Hierzu gäbe es für die Bässe nicht 4·2, sondern nur 4 Mögl. und die beiden anderen Gruppen mit Mississippi-Problem bzw. Lottoproblem auf die 3 übrigen Plätze ($|\Omega| = 4\cdot 3 = \underline{\underline{12}}$)