0. Bestimmen Sie jeweils den Abstand des Punktes A von der Ebene E und geben Sie an, ob Punkt und Ursprung auf verschiedenen Seiten der Ebene liegen.

a) A(1/2/3) E: $3x_1 - 4x_2 + 5 = 0$

b) A(1/0/1) E: $2x_1 - 2x_2 - x_3 + 2 = 0$

c) A(1/2/3) E: $x_1 - 2x_3 - x_3 - 1 = 0$

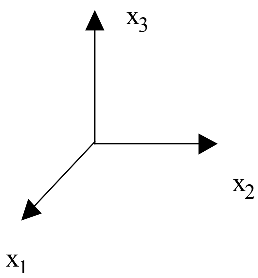
d) A(k/2/k²) E: $kx_1 - 2kx_2 - x_3 - 1 = 0$ $k \neq 0$

Gegeben sind im kartesischen Koordinatensystem die Punkte $A(6|0|-2)$, $B(-2|4|-2)$ und $S(2|2|3)$ und die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Beachten Sie: $B \in g$ und $S \in h$.

1. a) Berechnen Sie die Längen der Seiten des Dreiecks ABS.
   b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes B von der Gerade h und den des Punktes S von der Gerade g.
   c) Zeigen Sie, dass g und h windschief sind und bestimmen Sie ihren Abstand.
2. a) Begründen Sie, dass die Gerade g und der Punkt A eindeutig eine Ebene E festlegen und ermitteln Sie eine Gleichung von E in Normalenform. Welche besondere Lage im Koordinatensystem weist diese Ebene auf ? [mögliches Ergebnis: E: $x_3 + 2 = 0$]
   b) Weisen Sie nach, dass h parallel zu E liegt, und bestimmen Sie den Abstand der Geraden h von der Ebene E.
   c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Fußpunkts F des Lots von S auf die Ebene E und zeigen Sie, dass F die Strecke [AB] halbiert.
   [zur Kontrolle: $F(2|2|-2)$]
   d) Zeichnen Sie sämtliche Punkte und Geraden in ein Koordinatensystem (vgl. Skizze) ein. (Platzbedarf: halbe Seite)



3. a) Der Punkt A liegt auf einer Kugel K mit Mittelpunkt S. Ermitteln Sie den Radius der Kugel K und zeigen Sie, dass B ebenfalls auf dieser Kugel liegt.
   b) Außer dem Punkt B liegt noch ein weiterer Punkt C der Geraden g auf der Kugel K. Ermitteln Sie seine Koordinaten und ergänzen Sie Ihre Zeichnung aus Aufgabe 1d um Punkt C. [zur Kontrolle: $C(0|-2|-2)$]
   c) Zeigen Sie, dass die Gerade FC Symmetrieachse im Dreieck ABC ist.
   d) Bestimmen Sie den Rauminhalt der Pyramide ABCS.