1. Aufgabe *Geraden*

In einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Ursprung O sind die Punkte A(2/–3/1) und B (0/1/–1) sowie die Menge aller Punkte $C_k(-5k/6k+7/-k-1)$ mit $k \in$ IR gegeben.

a) Zeigen Sie dass die Ortsvektoren der Punkte A B und C_k für jedes k linear unabhängig sind.

b) Die Punkte C_k liegen auf einer Geraden g. Weisen Sie dies nach, indem Sie eine Gleichung von g angeben.

c) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden g und AB.

2. Aufgabe *Grundwissen-Stochastik*

a) Auf wie viele Arten können die Primfaktoren der Zahl 2000 nebeneinander angeordnet werden?

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Primfaktoren die Anzahl der Teiler der Zahl 2000.

3. Aufgabe *Quadrat*

In einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Ursprung O sind die Punkte A(1/2/3), B (5/0/1) und D(–1/6/–1) gegeben.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B, C Eckpunkte eines Dreiecks sind.

Die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AD}$ stehen aufeinander senkrecht und haben dieselbe Länge (Nachweis nicht erforderlich!).

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines weiteren Punktes C so, dass ABCD zu einem Quadrat wird. Berechnen Sie auch die Koordinaten des Diagonalenschnittpunkts.

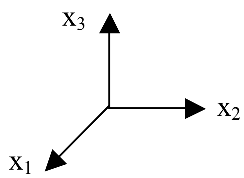
c) Durch $h_t: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4t-2 \\ t+2 \\ 11-2t \end{pmatrix}$ (λ, t $\in$ IR) ist eine Geradenschar gegeben. Für welchen Wert von t erhält man die Gerade AB?

4. Aufgabe *Quadrat*

Gegeben sind die Gerade g durch die Punkte $A(0\,|\,3\,|\,0)$, $B(7\,|\,4\,|\,5)$ und $C\ (1\,|\,1\,|\,0)$ sowie die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass C auf der Geraden h liegt und untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

b) Das Dreieck ABC ist bei C rechtwinklig (Nachweis nicht erforderlich!) Tragen Sie die Geraden g und h sowie das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem ein (vgl. Skizze).



c) Begründen Sie ohne Rechnung, dass der Punkt N mit dem Ortsvektor $\overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ist.