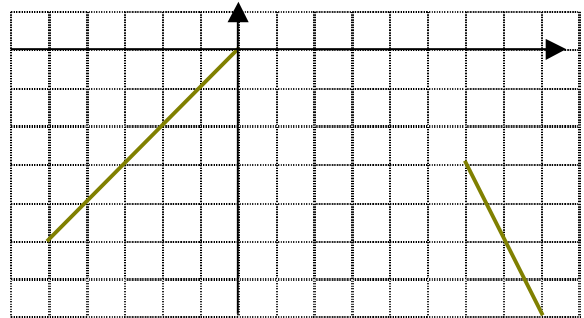


§15 Modellieren mit Funktionen

Hier wird ein Funktionsterm gesucht, der aus vorgegebenen Bedingungen modelliert wird.

Beispiel:

Eine Straße soll möglichst harmonisch über eine Kuppe gebaut werden.
 Der Graph welcher ganzrationalen Funktion möglichst geringer Ordnung ist geeignet, die beiden Straßenstücke auszurunden?



Lösung:

① Schreibe einen allgemeinen Funktionsterm auf und bestimme seine Ableitung.

Parabel erscheint geeignet

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

② Formuliere aus den Bedingungen Gleichungen und vereinfache jede. (Es müssen mindestens so viele Bedingungen auffindbar sein, wie man unbekannte Koeffizienten hat).

I $f(0) = 0$ $0 \cdot a + 0 \cdot b + c = 0$ \Rightarrow **$c = 0$**

II $f'(0) = 1$ $2 \cdot 0 \cdot a + b = 1$ \Rightarrow **$b = 1$**

III $f(3) = -1,5$ $9 \cdot a + 3 \cdot b + c = -1,5$ \Rightarrow $9a + 3 = -1,5$

IV $f'(3) = -2$ $2 \cdot 3 \cdot a + b = -2$ \Rightarrow $6a + 1 = -2$

Es sind mehr Gleichungen als Unbekannte!

③ Löse die Gleichungen.

Aus IV **$a = -0,5$**

In III $-4,5 + 3 = -1,5$

$-1,5 = -1,5$ (w) Hier könnte auch eine falsche Aussage entstehen, dies würde bedeuten, dass das Problem von keiner quadratischen Funktion gelöst wird. Man müsste es mit einem Polynom 3. Grades versuchen.

④ Gib den Funktionsterm an.

$$f(x) = -x^2 + x$$

Allgemeine Terme - Faustregeln:

• Polynome n-ten Grades: $ax^n + \dots + mx + n$

• Rationale Funktionen: $\frac{ax^n + \dots}{gx^m + \dots}$ oder $\frac{a(x-x_1)(x-x_2)\dots}{b(x-x_5)(x-x_6)\dots}$

• Periodische Funktionen: $a \cdot \sin(bx + c)$, $a \cdot \cos(bx + c)$ evtl. $a \cdot \tan(bx + c)$

• Logarithmus: $a \cdot \ln(bx+c)$

• Exponential: $a \cdot e^{bx+c}$ oder $a \cdot e^{bx}$

• Glocke $a \cdot e^{-bx^2}$

