

1. Aufgabe

Bestimme jeweils den Term $F(x)$ einer Stammfunktion folgender Funktionen $f: x \mapsto f(x)$.

a) $f(x) = \sin x$	b) $f(x) = \ln x$	c) $f(x) = x^3 - 1 + 2x^{-1}$	d) $f(x) = 3 + 4x^2 - x^{-1}$
e) $f(x) = 9x^{-0.5} - 6$	f) $f(x) = 5x^{0.2} - x^{1.2}$	g) $f(x) = 2x^{-3} + 8x^{-0.5}$	h) $f(x) = 2x^{-1} + 2x^{-2.1}$
i) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x}{2x^2}$	j) $f(x) = \frac{6x^3 - 4}{3x}$	k) $f(x) = \frac{3x^{2.5} + 2x^{0.5}}{2x^{1.5}}$	l) $f(x) = \frac{3x^{1.2} + 2x^{0.5}}{3x^{0.5}}$
m) $f(x) = \sqrt[5]{x^4}$	n) $f(x) = \sqrt[7]{x^{11}}$	o) $f(x) = \frac{3\sqrt[3]{x} - x}{2\sqrt[3]{x^2}}$	p) $f(x) = \frac{3\sqrt{x} - 2x^3}{6\sqrt{x^3}}$
q) $f(x) = \sin(3 - 4x)$	r) $f(x) = \cos(2x - 6)$	s) $f(x) = 10e^{5x-6}$	t) $f(x) = 12e^{-x+5}$
u) $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$	v) $f(x) = 4x \cdot e^{x^2}$	w) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 3}$	x) $f(x) = \frac{\cos(x+1)}{\sin(x+1)}$

2. Aufgabe

Bestimme die Definitionsmenge der Integrandenfunktion f und dann die folgenden Integrale:

a) $\int_1^2 \frac{x^2 - \sqrt{x} + 2x^{-0.5}}{3\sqrt{x}} dx$	b) $f(x) = \int_1^2 \frac{x^3 - 4x + 2}{3x} dx$	c) $\int_0^1 e^{2x} dx$	d) $\int_0^1 e^{-2x+3} dx$
e) $\int_1^2 \frac{x+2}{x^2+4x} dx$	f) $\int_0^1 (2x+1) \cdot e^{x^2+x} dx$	g) $\int_1^2 \ln(3x) dx$	h) $\int_1^2 \ln(x^3) dx$

3. Aufgabe

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto f(x)$ und ein Intervall $[a;b]$.

I. $f(x) = -x^2 + 4$	$a = 2; b = 2$	II. $f(x) = x^2$	$a = 0; b = 4$
II. $f(x) = 2x^2 + 1$	$a = 0; b = 2$	IV. $f(x) = x^3$	$a = 0; b = 2$

- Bestimme mit Hilfe der Untersumme U_4 eine Annäherung für den Inhalt der Fläche, der im Intervall $[a;b]$ vom Graphen von f und der x -Achse eingeschlossen wird.
- Berechne dann durch Integration den exakten Flächeninhalt
- Um wie viel Prozent weicht der in a) angenäherte Inhalt vom tatsächlichen Wert ab?
- Eine weitere Annäherungsmethode ist, dem Flächenstück nur ein Rechteck einzubeschreiben, bei dem eine Seite auf der x -Achse liegt. Bestimme den größtmöglichen Flächeninhalt eines solchen Rechtecks.

4. Aufgabe

Gegeben sind die Funktionen $f: x \mapsto f(x)$ und $F: x \mapsto F(x)$

I. $f(x) = \frac{4x}{(x+1)^2}; F(x) = 4 \ln(x+1) - \frac{4}{x+1}$	II. $f(x) = \frac{x}{\ln 2x}$	III. $f(x) = 2x \cdot e^{x^2-6}$
-------------------------------------------------------------------	-------------------------------	----------------------------------

- Bestimme die Definitionsmenge und die Achsenschnittpunkte des Graphen von f .
- Untersuche das Verhalten von f , wenn x gegen die Ränder des Definitionsbereichs strebt und gib die Gleichungen aller Asymptoten an.
- Berechne Lage und Art evtl. vorhandener Extrempunkte.
- Bestimme durch Rechnung evtl. vorhandene Wendepunkte und bestimme ggf. die Gleichung der Wendetangente.
- Zeichne den Graphen in ein Koordinatensystem.
- Nur I.: Zeige, dass F Stammfunktion von f ist
Nur I. und III.: Bestimme den Inhalt der Fläche, die vom Graphen, den Koordinatenachsen und der Gerade $x = a$ ($a > 0$) eingeschlossen wird.