

Bei der Faktorisierung von Summen kann man folgende Schritte gehen:

① Frage dich in folgender Reihenfolge, wie man den gegebenen Term zerlegen kann (gehe dabei immer erst dann zur nächsten Frage, wenn die Antwort „nein“ ist):



- a) Kann man Potenzen von x oder Zahlen ausklammern?
z.B. bei den Termen $x^2 - x$; $5x^3 - x^2$; $50x^2 - 15x + 10$
- b) Kann man (evtl. nach Substitution) eine binomische Formel anwenden?
z.B. bei den Termen $x^2 - 25$; $x^4 - 49$; $x^4 - 12x^2 + 36$
- c) Handelt es sich um ein Polynom 2. Grades?
z.B. beim Term $x^2 - 4x - 5$;
- d) Handelt es sich um ein Polynom 3. oder höheren Grades?
z.B. beim Term $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$



Um welchen der Terme handelt es sich bei den folgenden (schreibe die zugehörigen Buchstaben (a) bis d)) in das jeweilige Kästchen rechts daneben:

$$x^2 - 4x + 2 \quad x^6 - 4x^4 \quad x^2 - 5x + 2 \quad x^6 - 4x^3 + 2 \quad x^3 - 2x + 2 \quad x^6 - 4$$



② Zerlege den Term so, wie unter dem jeweils entsprechenden Buchstaben beschrieben (ein Haken bedeutet: Faktorzerlegung ist fertig)

- a) Klammere aus:
 $x^2 - x = x(x-1)$ ✓; $5x^3 - x^2 = x^2(5x - 1)$ ✓; $50x^2 - 15x + 10 = 5(10x^2 - 3x + 2)$
- b) Wende eine binomische Formel an:
 $x^2 - 25 = (x-5) \cdot (x+5)$ ✓; $x^4 - 49 = (x^2-7) \cdot (x^2+7)$; $x^4 - 12x^2 + 36 = (x^2 - 6)^2$
- c) Wende den Satz von Vieta an oder faktorisiere mit der Lösungsformel:
 $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$
oder $x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = -1 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$
- d) Rate eine Nullstelle und führe dann die Polynomdivision durch:
 $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = 0; x_1 = -1$ (erraten); $(x^3 - 7x^2 + 7x + 15) : (x + 1) = x^2 - 8x + 15$
$$\begin{array}{r} -(x^3 + x^2) \\ \hline -8x^2 + 7x \\ \dots \end{array}$$

③ Beginne mit allen noch weiter faktorizierbaren Termen (kein ✓) wieder mit Schritt ①



Beachte bei der Faktorzerlegung quadratischer Terme mit Lösungsformel, dass der Leitkoeffizient (Konstante vor dem x^2) im faktorisierten Term als Faktor auftauchen muss!

Beispiel: $2x^2 - 8x - 10$

$$2x^2 - 8x - 10 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{4} \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = -1 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 10 = 2(x - 5)(x + 1)$$



Beispiel:

$$x^6 - 2x^4 + x^2 = x^2(x^4 - 2x^2 + 1) = x^2(x^2 - 1)(x^2 - 1) = x^2(x - 1)(x + 1)(x - 1)(x + 1) \checkmark$$

Term a) x^2 ausklammern; Term b) Minus-Formel; Term b) Plus-Minus-Formel



Aufgaben

1. Führe die Polynomdivision (Schritt ②d)) vollständig durch.

2. Zerlege soweit wie möglich in Faktoren:

- a) $x^2 - 7x + 10$; b) $x^2 + 12x^2 + 36x$; c) $x^3 - x$; d) $x^3 + 4x^2 + x - 6$;
e) $x^4 - 8x^2 + 16$; f) $2x^4 + 10x^3 + 8x^2$ g) $x^4 + 14x^3 + 41x^2 - 56x$