Gegeben ist die Funktion f: x → f(x) mit ihrem Graphen G_f.

1. $f(x) = \ln\left(\frac{x-3}{2x}\right)$ 2. $f(x) = x(1-\ln x)^2$ 3. $f(x) = \ln\left(\frac{x}{4-x}\right)$

4. $f(x) = f(x) = \frac{2e^x}{2-e^x}$ 5. $f(x) = x\,e^{1-x}$ 6. $f(x) = \frac{1}{2-e^{\frac{x}{2}}}$

a) Zeige, dass die Funktion F: x → F(x)

1. $F(x) = x \cdot \ln\frac{x-3}{2x} - 3\ln(3-x)$ im Bereich x <0; 2. $F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \left[\frac{5}{2} - 3\ln x + (\ln x)^2\right]$

3. $F(x) = x \cdot \ln\frac{x}{4-x} + 4\ln(4-x)$ 4. $F(x) = \ln\frac{1}{\left(2-e^x\right)^2}$

5. $F(x) = -e^{1-x} - f(x)$ 6. $F(x) = \frac{x}{2} - \ln\left(2 - e^{\frac{x}{2}}\right)$; $x < 2\ln 2$

eine Stammfunktion von f ist.

1. b) Die Einschränkung von f auf]-∞;0[ist umkehrbar. Zeichne den Graphen der zugehörigen Umkehrfunktion g in das Koordinatensystem und gib die Definitionsmenge von g an.
1. c) Berechne den Inhalt des vom Graphen von g, den Koordinatenachsen und der Geraden mit der Gleichung x = ln2 begrenzten Flächenstücks.
2. b) Berechne die Gleichung der Wendetangente (Wendepunkt: W(1/1)).
2. c) Berechne den Inhalt des Flächenstücks, das G_f, die Wendetangente und die x-Achse für $x \geq 1$ begrenzen.
3. b) Berechne die Gleichung der Tangente t durch den Punkt P(2/f(2)).
3. c) Berechne den Inhalt des Flächenstücks, das G_f, die Tangente t und die Gerade x = 1 begrenzen.
4. b) Gib die Integralfunktion I: $x \mapsto \int_0^x f(t)dt$, $x \in \mathbb{R}_0^-$ in integralfreier Darstellung an und bestimme $\lim\limits_{x\to\infty} I(x)$. Wie lässt sich der Betrag des Grenzwertes graphisch deuten?
5. b) Bestimme für $k \in \mathbb{R}$eine integralfreie Darstellung von $I(k) = \int_{-1}^{k} f(x)dx$ und bestimme $\lim\limits_{k\to\infty} I(k)$. Wie lässt sich der Betrag des Grenzwertes graphisch deuten?
6. b) Berechne, auf 2 Dezimalen genau, den Inhalt I des Flächenstücks, das von der Geraden mit der Gleichung x=–4, der x-Achse dem Graphen G_h der Funktion h mit $h(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x + 1$ und dem Graphen G_f begrenzt wird.