2. a) F'(x) $= \frac{x^2}{2} \cdot \left[-3\frac{1}{x} + 2(\ln x)\frac{1}{x} \right] + x \cdot \left[\frac{5}{2} - 3\ln x + (\ln x)^2 \right] =$

$$= -\frac{3}{2}x + x\ln x + \frac{5}{2}x - 3x\ln x + x(\ln x)^2 = x - 2x\ln x + x(\ln x)^2 =$$

$$= x\left(1 - 2\ln x + (\ln x)^2\right) = x(1 - \ln x)^2 = f(x)$$

F ist Stammfunktion von f.

Hinweise: Produktregel anwenden;
Ableitung von lnx ist 1/x
Bei $(\ln x)^2$ Kettenregel anwenden, d.h. $2(\ln x)^1$ als Ableitung der äußeren Funktion und mit 1/x (Ableitung von lnx) nachdifferenzieren.

b) f' (x) = x·2(1–lnx)·$\left(-\frac{1}{x}\right)$+(1–lnx)² = (1–lnx) (–2 + 1 – lnx) = –(1–lnx)(1+lnx)

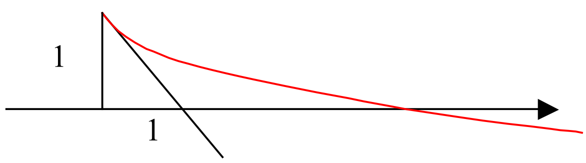
f'(1) = –(1 – ln1)(1+ln1) = –1
x_o = 1;
f(x_o)= 1
Tangente : y = –1(x–1)+1
y = – x + 2

c) A = $\int_1^e f(x)dx - A_{Dreieck} = \left[\frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} - 3\ln x + (\ln x)^2 \right) \right]_1^e - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 =$

$$= \frac{e^2}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} - 3\ln e + (\ln e)^2 \right) - \frac{1^2}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} - 3\ln 1 + (\ln 1)^2 \right) - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 =$$

$$= \frac{e^2}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} - 3 + 1 \right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} \right) - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{e^2}{4} - \frac{7}{4}$$

Die Aufgabe c) ist ohne Graph schwer zu lösen.



Von der Fläche unter dem Graphen (untere Grenze: x = 1 → Wendepunkt; obere Grenze: x = e → Nullstelle der Fuktion) muss die Dreiecksfläche, die durch die Wendetangente und die x-Achse entsteht, abgezogen werden.

3. a) F'(x) $= \left\{ x \cdot \left[\frac{4-x}{x} \cdot \frac{(4-x)\cdot 1 - (-1)\cdot x}{(4-x)^2} \right] + 1 \cdot \left[\ln \frac{x}{4-x} \right] \right\} + 4 \cdot \frac{1}{4-x} \cdot (-1) =$

$= \frac{1}{1} \cdot \frac{4-x+x}{(4-x)} + \ln \frac{x}{4-x} - \frac{4}{4-x} = \frac{4}{4-x} - \frac{4}{4-x} + \ln \frac{x}{4-x} = \ln \frac{x}{4-x}$ = f(x)

F ist Stammfunktion von f.

Hinweise: Eckige und geschweifte Klammern haben rechnerisch keine Bedeutung
Produktregel anwenden (in geschweifter Klammer);
2. Faktor bzw. seine Ableitung sind in den eckigen Klammern

4. a) F'(x) $= \left(2-e^x\right)^2 \cdot \frac{(2-e^x)^2 \cdot 0 - 2(2-e^x)\cdot(-e^x)}{\left(2-e^x\right)^4} =$

$= \frac{2e^x(2-e^x)}{\left(2-e^x\right)^2} = \frac{2e^x}{2-e^x} = f(x)$

F ist Stammfunktion von f.

Hinweise: Kehrbruch des Arguments bilden und Nachdifferenzieren (z.B. wie hier mit der Quotientenregel)
$(2-e^x)^2$ mit der Kettenregel ableiten:
Äußere Funktion ergibt abgeleitet $2(2-e^x)^1$ und die innere $(2-e^x)$ wird zu $-e^x$.