In einem kartesischen Koordinatensystem des IR^3 sind gegeben:
Die Punkte A(1|5|-2), B(11|0|-2), C(5|8|-2),

die Gerade h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in IR$ und

die Ebenenschar H_a: $3x_1 - 4x_2 + 5ax_3 + (17 - 15a) = 0$; $a \in IR$.

1. a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist, und berechnen Sie die Längen seiner Katheten. 3

   b) Geben Sie eine Gleichung der Ebene G, in der A, B und C liegen, in Normalenform an. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat G? 3

   c) Zeigen Sie, dass die Geraden h und g = AC echt parallel sind. 2

   d) Berechnen Sie den Abstand der Geraden g und h und bestimmen Sie die Punkte D und E auf h so, dass das Viereck ADEC ein Rechteck ist. Begründen Sie, dass dieses Rechteck senkrecht auf der Ebene G steht.
   [Teilergebnis: D(1|5|3)] 7

   e) Die Punkte A, D, E, C und B bilden eine Pyramide. Fertigen Sie eine saubere Skizze an, in der diese Pyramide sowie die Ebene G und die Geraden g und h eingetragen sind. 4

   f) Berechnen Sie den Rauminhalt der Pyramide ADECB. 3

2. a) Zeigen Sie, dass h in jeder Ebene H_a liegt. 2

   b) Wie muss a gewählt werden, damit H_a die Strecke [BC] schneidet? 5

   c) Die Pyramide ADECB wird von der Ebene H_1 in einer Fläche Σ geschnitten. P ist der Schnittpunkt der Ebene H_1 und der Strecke [BC]. Kennzeichnen Sie Σ in der Skizze aus Teilaufgabe 1.e). Bestimmen Sie dazu das Verhältnis, in dem P die Strecke [BC] teilt. 5

   d) Berechnen Sie den Flächeninhalt von Σ. 6

40