1. Aufgabe

p = 0,4

a) n = 21; $P(X = 8) = \binom{21}{8} \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^{13} = 17{,}42\%$

b) n = 12; $P(X = 3) = \binom{12}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^9 = 14{,}19\%$

c) n = 15; $P(X = 6) = \binom{15}{6} \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6^9 = 20{,}66\%$

n = 8

d) P(D) = 0,4

e) $P(X = 1) = 0{,}4 \cdot 0{,}6^7 = 1{,}12\ \%$

f) $P(X = 3) = 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}498\ \%$

g) $P(X = 4) = \binom{8}{4} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^4 = 23{,}22\%$

h) $P(X = 2) = \binom{8}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^6 = 20{,}90\%$

i) $P(X = 5) = 0{,}4 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^3 \cdot \binom{7}{4} = \cdot \binom{7}{4} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^3 = 7{,}74\%$

j) (hier n = 4) $P(X = 2) = \cdot \binom{4}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^2 = 34{,}56\%$

k) $P(X = 4) = 0{,}4^3 \cdot 0{,}6 \cdot \binom{4}{3} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot \binom{2}{1} = \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{2}{1} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^4 = 2{,}65\%$

l) $P(X = 3) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^5 \cdot \binom{6}{1} = \cdot \binom{6}{1} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 2{,}99\%$

m) $P(X = 3) = 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot \binom{2}{1} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^4 \cdot \binom{6}{2} = \binom{2}{1} \cdot \binom{6}{2} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 14{,}93\%$

n) $P(X = 3) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 \cdot \binom{3}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^4 \cdot \binom{5}{1} = \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 7{,}46\%$

o) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{8}{0} \cdot 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^8 = 1 - 0{,}6^8 = 98{,}32\%$

p) $P(2 \leq X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3) =$

$= \binom{8}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^6 + \binom{8}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}20902 + 0{,}27869 = 48{,}77\%$

q) $P(4 \leq X < 6) = P(X = 4) + P(X = 5) =$

$= \binom{8}{4} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^4 + \binom{8}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}23224 + 0{,}12386 = 35{,}61\%$

r) $P(X \leq 6) = 1 - P(X > 6) = 1 - [P(X = 7) + P(X = 8) =$

$= 1 - \left[\binom{8}{7} \cdot 0{,}4^7 \cdot 0{,}6^1 + \binom{8}{8} \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^0\right] = 1 - [0{,}00786432 + 0{,}00065536] = 0{,}852\%$

s) $P(S) = 0{,}6^3 \cdot 0{,}4 = 8{,}64\%$

t) $P(T) = 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 14{,}4\%$

Zusatzaufgabe t_1: Wie groß ist die W., dass der 4. Schüler der dritte Zuspäteintreffer ist?
Zusatzaufgabe t_2: Wie groß ist die W., dass der 6. Schüler der vierte Zuspäteintreffer ist?
Lösungen: Siehe letzte Seite

u) $P(X \geq 1) \geq 0{,}99$ $\quad 1 - P(X=0) \geq 0{,}99$ $\quad P(X=0) \leq 0{,}01$

$\binom{n}{0} 0{,}4^0 0{,}6^n \leq 0{,}01$ $\quad 0{,}6^n \leq 0{,}01$ $\quad n \cdot \ln 0{,}6 \leq \ln 0{,}01$ $\quad n \geq 9{,}015$

Mindestens 10 Schüler müssen vorbeilaufen.

v) $P(X \geq 1) \geq 0{,}999$ $\quad 1 - P(X=0) \geq 0{,}99$ $\quad P(X=0) \leq 0{,}001$

$\binom{n}{0} 0{,}4^0 0{,}6^n \leq 0{,}001$ $\quad 0{,}6^n \leq 0{,}001$ $\quad n \cdot \ln 0{,}6 \leq \ln 0{,}001$ $\quad n \geq 13{,}52$

Mindestens 14 Schüler müssen vorbeilaufen.

2. Aufgabe

a) p = 0,05, n = 100

α) $P(X = 5) = \binom{100}{5} \cdot 0{,}05^5 \cdot 0{,}95^{95} = 18{,}002\%$ (auch über Tafelwerk)

β) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \sum_{i=0}^{1} B(100;0{,}05;i) = 1 - 0{,}03708 = 96{,}3\%$

γ) $P(2 \leq X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1) =$

$\sum_{i=0}^{4} B(100;0{,}05;i) - \sum_{i=0}^{1} B(100;0{,}05;i) = 0{,}43598 - 0{,}03708 = 39{,}89\%$

b) p = 0,05, n = 50

α) $P(X = 3) = \binom{50}{3} \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^{47} = 21{,}99\%$ (auch über Tafelwerk)

β) $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \sum_{i=0}^{2} B(50;0{,}05;i) = 1 - 0{,}54053 = 45{,}95\%$

γ) $P(3 < X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 3) =$

$\sum_{i=0}^{5} B(50;0{,}05;i) - \sum_{i=0}^{3} B(50;0{,}05;i) = 0{,}96222 - 0{,}21987 = 74{,}24\%$

c) $P(X \geq 1) \geq 0{,}99$ $\quad 1 - P(X=0) \geq 0{,}99$ $\quad P(X=0) \leq 0{,}01$

$\binom{n}{0} 0{,}05^0 0{,}95^n \leq 0{,}01$ $\quad 0{,}95^n \leq 0{,}01$ $\quad n \cdot \ln 0{,}95 \leq \ln 0{,}01$ $\quad n \geq 89{,}78$

Mindestens 90 Schuhe müssen überprüft werden.

d) $P(X \geq 1) \geq 0{,}96$ $\quad 1 - P(X=0) \geq 0{,}96$ $\quad P(X=0) \leq 0{,}04$

$\binom{n}{0} 0{,}05^0 0{,}95^n \leq 0{,}04$ $\quad 0{,}95^n \leq 0{,}04$ $\quad n \cdot \ln 0{,}95 \leq \ln 0{,}04$ $\quad n \geq 62{,}75$

Mindestens 63 Schuhe müssen überprüft werden.

e) $P(X = 2) = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^8 \cdot \binom{9}{1} = \binom{9}{1} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^8 = 2{,}419\ \%$

f) $P(X = 3) = 0{,}4 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^{17} \cdot \binom{19}{2} = \binom{19}{2} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^{17} = 0{,}1852\ \%$

g) α) $P(X = 3) = \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \binom{4}{2} = 2{,}098\ \%$

1. Platz Fehlerhafter Schuh (3 von 13 Schuhen sind fehlerhaft)
2. Platz Fehlerhafter Schuh (noch 2 von 12 Schuhen sind fehlerhaft)
3. Platz Einwandfreier Schuh (10 von 11 Schuhen sind einwandfrei)
4. Platz Einwandfreier Schuh (9 von 10 Schuhen sind einwandfrei)
5. Platz Fehlerhafter Schuh (1 von 9 Schuhen ist fehlerhaft)

Auf den ersten 4 Plätzen können die beiden fehlerhaften Schuhe noch variieren.

β) $P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{10}{4}}{\binom{13}{5}} = 48{,}95\ \%$ (s. §05 letzte Seite)

Zähler: 1 Schuh aus den 3 fehlerhaften und 4 Schuhe aus den 10 einwandfreien
Nenner: Insgesamt 5 Schuhe aus 13 Schuhen

h) α) $P(X = 6) = \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \binom{6}{5} = 0{,}333\ \%$

1. Platz Fehlerhafter Schuh (6 von 14 Schuhen sind fehlerhaft)
2. Platz Fehlerhafter Schuh (noch 5 von 13 Schuhen sind fehlerhaft)

….

6. Platz Einwandfreier Schuh (7 von noch 9 Schuhen sind einwandfrei)
7. Platz Fehlerhafter Schuh (1 von 8 Schuhen ist fehlerhaft)

Auf den ersten 6 Plätzen können die fünf fehlerhaften Schuhe noch variieren.

β) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{6}{0} \cdot \binom{8}{6}}{\binom{14}{6}} = 0{,}932\ \%$

Zähler: 1 Schuh aus den 3 fehlerhaften und 4 Schuhe aus den 10 einwandfreien
Nenner: Insgesamt 5 Schuhe aus 13 Schuhen

3. Aufgabe

a) $P(X \geq 10) = P(X = 10) + P(X = 11) + P(X = 12) =$

$= \binom{12}{10} \cdot 0{,}8^{10} \cdot 0{,}2^2 + \binom{12}{11} \cdot 0{,}8^{11} \cdot 0{,}2^1 + \binom{12}{12} \cdot 0{,}8^{12} \cdot 0{,}2^0 = 55{,}83\%$

b) $P(X = 10) = 0{,}8^{10} \cdot 0{,}2^2 \cdot 3 = 1{,}288\%$

3 Möglichkeiten, 10 aufeinanderfolgende Treffer auf 12 Plätzen

c) $P(X = 8) = 0{,}8^2 \cdot 0{,}8^6 \cdot 0{,}2^7 \cdot \binom{13}{6} = \binom{13}{6} \cdot \cdot 0{,}8^8 \cdot 0{,}2^7 = 0{,}369\ \%$

d) $P(X \geq 1) \geq 0{,}99$ $\quad 1 - P(X=0) \geq 0{,}99$ $\quad P(X=0) \leq 0{,}01$

$\binom{n}{0} 0{,}8^0 0{,}2^n \leq 0{,}01$ $\quad 0{,}2^n \leq 0{,}01$ $\quad n \cdot \ln 0{,}2 \leq \ln 0{,}01$ $\quad n \geq 2{,}86$

Er muss mindestens 3 mal schießen.

Lösung Zusatzaufgaben:

Zusatzaufgabe t_1: $P(T_1) = \binom{3}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 11{,}52\%$

Auf den ersten drei Plätzen müssen 2 Zuspäteintreffer und ein Nicht-Zuspäteintreffer sein. Die beiden können auf den drei Plätzen noch variieren. Der 4. Platz muss ein Zuspäteintreffer sein.

Zusatzaufgabe t_2: $P(T_2) = \binom{5}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 23{,}04\%$