

Aufgabe I

1. a) $\alpha)$ $p = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16, \quad 16\% \cdot 50 = 8$

$$P(X = 8) = \binom{50}{8} \cdot 0,16^8 \cdot 0,84^{42} = 15,23\%$$

$\beta)$ $P(X > 80) = 1 - P(X \leq 80) = 1 - \sum_{i=0}^{80} B(100; 0,8; i) = 1 - 0,53984 = 46,02\%$

$\gamma)$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 1) + P(X = 0)] =$
 $= 1 - \left[\binom{13}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^{10} + \binom{13}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{11} \right] = 85,83\%$

b) $\alpha)$ $p = 0,75 \cdot 0,25 = 0,1875, \quad 19\% \cdot 100 = 19$

$$P(X = 19) = \binom{100}{19} \cdot 0,1875^{19} \cdot 0,8125^{81} = 10,10\%$$

$\beta)$ $P(X > 160) = 1 - P(X \leq 160) = 1 - \sum_{i=0}^{160} B(200; 0,75; i) = 1 - 0,95950 = 4,05\%$

$\gamma)$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 1) + P(X = 0)] =$
 $= 1 - \left[\binom{11}{1} \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^{10} + \binom{11}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^{11} \right] = 80,29\%$

c) $\alpha)$ $p = 0,9 \cdot 0,25 = 0,225, \quad 23\% \cdot 200 = 46$

$$P(X = 23) = \binom{100}{23} \cdot 0,225^{23} \cdot 0,775^{77} = 9,376\%$$

$\beta)$ $P(X > 45) = 1 - P(X \leq 45) = 1 - \sum_{i=0}^{45} B(50; 0,9; i) = 1 - 0,56880 = 43,12\%$

(Achtung: Änderung der ursprünglichen Aufgabenstellung – dort $n = 90$, jetzt $n=50$)

$\gamma)$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 1) + P(X = 0)] =$
 $= 1 - \left[\binom{16}{1} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^{15} + \binom{11}{0} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^{16} \right] = 48,53\%$

2. Aufgabe

a) $p = 0,2$ (Haushalt *ohne* Internet)

$$P(X \geq 1) > 0,98 \qquad 1 - P(X=0) > 0,98 \qquad P(X=0) < 0,02$$

$$\binom{n}{0} 0,2^0 0,8^n < 0,02 \qquad 0,8^n < 0,02 \qquad n \cdot \ln 0,8 < \ln 0,02 \qquad n > 17,53$$

Mindestens 18 Haushalte müssen befragt werden.

b) $p = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$ (Haushalt mit Internet und Hochgeschwindigkeit)

$$P(X \geq 1) \geq 0,99 \qquad 1 - P(X=0) \geq 0,99 \qquad P(X=0) \leq 0,01$$

$$\binom{n}{0} 0,14^0 0,86^n \leq 0,01 \qquad 0,86^n \leq 0,01 \qquad n \cdot \ln 0,86 \leq \ln 0,01 \qquad n \geq 30,53$$

Mindestens 31 Haushalte müssen befragt werden.

c) $p = 0,05$ (Haushalt *ohne* Internet)

$$P(X \geq 1) \geq 0,999$$

$$1 - P(X=0) \geq 0,999$$

$$P(X=0) \leq 0,001$$

$$\binom{n}{0} 0,05^0 0,95^n \leq 0,001$$

$$0,95^n \leq 0,001$$

$$n \cdot \ln 0,95 \leq \ln 0,001 \quad n \geq 134,67$$

Mindestens 135 Haushalte müssen befragt werden.

Aufgabe I

a) $n = 200$

$$H_0: p \leq 0,8$$

$$A = \{0; 1; \dots; k\}$$

$$H_1: p > 0,8$$

$$\bar{A} = \{k+1; \dots; 200\}$$

$$P_{0,8}^{200}(Z > k) \leq 0,02 \quad \Rightarrow \quad 1 - P_{0,8}^{200}(Z \leq k) \leq 0,02$$

$$P_{0,8}^{200}(Z \leq k) \geq 0,98 \quad \Rightarrow \quad k \geq 171$$

Man entscheidet sich für die Nullhypothese, wenn höchstens 171 der befragten Haushalte einen Internetanschluss haben.

b) $n = 100$

$$H_0: p \leq 0,9$$

$$A = \{0; 1; \dots; k\}$$

$$H_1: p > 0,9$$

$$\bar{A} = \{k+1; \dots; 100\}$$

$$P_{0,9}^{100}(Z > k) \leq 0,05 \quad \Rightarrow \quad 1 - P_{0,9}^{100}(Z \leq k) \leq 0,05$$

$$P_{0,9}^{100}(Z \leq k) \geq 0,95 \quad \Rightarrow \quad k \geq 95$$

Man entscheidet sich für die Nullhypothese, wenn höchstens 95 der befragten Haushalte einen Internetanschluss haben.

c) $n = 100$

$$H_0: p \geq 0,75$$

$$A = \{k+1; \dots; 100\}$$

$$H_1: p < 0,75$$

$$\bar{A} = \{0; 1; \dots; k\}$$

$$P_{0,75}^{100}(Z \leq k) \leq 0,04 \quad \Rightarrow \quad k \leq 66$$

Man entscheidet sich für die Nullhypothese, wenn mindestens 67 der befragten Haushalte einen Internetanschluss haben.