1. In einer Gemeinschaftspraxis von Augenärzten ergab eine mehrjährige Auswertung der Patientenkartei, dass im Durchschnitt jeder 15. Patient an Grauem Star leidet.

   a) Im Laufe eines Vormittags rufen unabhängig voneinander 15 Personen an und bitten um einen Termin. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau eine dieser Personen Grauen Star?

   b) Wie viele Personen müssen unabhängig voneinander um einen Termin bitten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einer darunter ist, der an Grauem Star leidet?

2. Ein Labor entwickelt einen neuen Impfstoff und testet ihn in einer klinischen Studie an 200 Patienten. Der Impfstoff wird nur dann freigegeben, wenn sich dabei in weniger als 2 % der Fälle unerwünschte Nebenwirkungen zeigen. Bestimmen Sie für die Nullhypothese $H_0 : p \geq 2\,\%$ die Entscheidungsregel für den Test mit 200 Patienten auf dem Signifikanzniveau von 1 %.

3. Ein Anteil $p \in\,]0;1[$ von Patienten leidet an der Infektion durch den M-Virus. Der Nachweis dieser Krankheit durch einen Bluttest ist nicht zuverlässig. Falls jemand vom M-Virus befallen ist, dann diagnostiziert der Bluttest dies nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %. Falls jemand nicht infiziert ist, dann diagnostiziert der Bluttest in 5 % aller Fälle trotzdem eine M-Virusinfektion.

   a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von p die Wahrscheinlichkeit, dass der Bluttest eine Infektion diagnostiziert. (Füllen Sie dazu ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm aus.)

   b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich infiziert ist, falls der Bluttest dies diagnostiziert, $\frac{90p}{85p+5}$ beträgt.

4. In einer Spezialklinik hält sich jeder Patient (unabhängig von anderen Patienten) mindestens 3 Tage, höchstens aber 5 Tage auf. Die Verwaltung legt für die Aufenthaltsdauer X eines Patienten in Tagen folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung zugrunde:

k	3	4	5
P(X = k)	60 %	10 %	30 %

   Jeder Patient zahlt für die Aufnahme 110 € Verwaltungsgebühr und 450 € pro Aufenthaltstag. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsgröße Y: Einnahmen pro Patient (in €).

5. Bei einer Bernoulli-Kette der Länge $n > 1$ und der Trefferwahrscheinlichkeit p ist die Wahrscheinlichkeit für genau 2 Treffer maximal, wenn $\mu = p \cdot n = 2$ gilt (Nachweis nicht erforderlich).
   Zeigen Sie, dass für diese maximale Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von n gilt:
   $P(n) = (2 - \frac{2}{n})(1 - \frac{2}{n})^{n-2}$.

Punkteverteilung: 2 | 5 | 4 | 8 | 5 | 4 || 28

Arbeitszeit: 42 Minuten